

Modell der Bevölkerungsvorausberechnungen



2010

Erschienen am 22.07.2011, überarbeitet am 24.07.2014
Stand: 2010

Fachliche Informationen zu dieser Veröffentlichung können Sie direkt beim Statistischen Bundesamt erfragen:
Telefon: +49 (0) 611/75 4866; Fax: +49 (0) 611/72 4000 oder
www.destatis.de/kontakt/

© Statistisches Bundesamt, Wiesbaden 2014

Vervielfältigung und Verbreitung, auch auszugsweise, mit Quellenangabe gestattet.

Bevölkerungsvorausberechnungen des Statistischen Bundesamtes

Das mathematische Modell

Das der Vorausberechnung zugrundeliegende Modell fußt auf der sogenannten Kohorten-Komponenten-Methode und stellt eine Makrosimulation dar. Es operiert mit der Gesamtbevölkerung unterteilt nach Geburtsjahren und Geschlecht (Kohorten). Zu den Komponenten – darunter zählen die demographischen Einflussfaktoren wie Geburtenhäufigkeit, Sterblichkeit und Wanderungen – werden ausführliche Annahmen für jede einzelne Kohorte und jedes Jahr der Vorausberechnung getroffen. Im Weiteren wird der Algorithmus der Rechnung beschrieben.

Zunächst die im Folgenden verwendeten Bezeichnungen:

„*x-jährig*“ bezeichnet hier stets Personen, deren auf volle Jahre abgerundetes Lebensalter x ist.

Bevölkerung:

$B_{x,j}^{(g)}$ Anzahl der lebenden x -jährigen Bevölkerung des Geschlechts g am 31.12. des Jahres j

Fruchtbarkeit:

$f_{x,j}^{(g)}$ Mittlere Zahl während des Jahres j lebend geborener Kinder des Geschlechts g einer Frau, die am 31.12. j x -jährig ist.

Sterblichkeit:

$q_{x,j}^{(g)}$ relative Häufigkeit, mit der eine Person des Geschlechts g , die im Jahr j ihren x -ten Geburtstag hat, zwischen dem x -ten und $(x+1)$ -ten Geburtstag stirbt

$s_j^{(g)}$ relative Häufigkeit, mit der ein im Jahr j Lebendgeborenes des Geschlechts g den 31.12. j erlebt

$p_{x,j}^{(g)}$ relative Häufigkeit, mit der eine Person des Geschlechts g , die am 31.12. j x -jährig war, den 31.12. $(j+1)$ erlebt

Geburten:

$G_j^{(g)}$ Zahl der im Jahr j Lebendgeborenen des Geschlechts g

Wanderungen:

$Z_{x,j}^{(g)}$ Zahl der im Jahr j zuwandernden x -Jährigen

$F_{x,j}^{(g)}$ Zahl der im Jahr j fortziehenden x -Jährigen

$W_{x,j}^{(g)} = Z_{x,j}^{(g)} - F_{x,j}^{(g)}$ Wanderungssaldo

Die Ausgangsgrundlage der Rechnung bildet die nach Geschlecht und einzelnen Alterjahren gegliederte Bevölkerung am 31.12. des Basisjahres. Mit Hilfe des im Folgenden beschriebenen Modells wird diese Bevölkerung von Jahr zu Jahr bis zum festgelegten Zeithorizont fortgeschrieben und um die Kohorten der Neugeborenen ergänzt.

Ohne Berücksichtigung der Wanderungen sterben von den $B_{x-1,j-1}$ Personen während des Jahres j $(1 - p_{x-1,j-1})B_{x-1,j-1}$ Personen, und es werden $f_{x,j}B_{x,j}^w$ Kinder von x -jährigen Frauen geboren.

(Würde $f_{x,j}$ als Wahrscheinlichkeit interpretiert, wären dies genaugenommen nur die Erwartungswerte der tatsächlichen Zahlen, die im Modell aber aufgrund der geringen relativen Standardabweichung der Binomialverteilung von $\sqrt{(1-p)/np}$ als tatsächliche Werte angenommen werden können.)

Es wird angenommen, dass sich die Zu- und Fortziehenden im Durchschnitt jeweils ein halbes Jahr im betrachteten Gebiet aufhalten. Daher sterben aufgrund der Abwanderung von den $B_{x-1,j-1}$ Personen während des Jahres j nur $(1 - p_{x-1,j-1})(B_{x-1,j-1} - F_{x,j} / 2)$ Personen im Gebiet, und von den $Z_{x,j}$ Zugewanderten sterben $(1 - p_{x-1,j-1})Z_{x,j} / 2$ Personen im Gebiet.

Insgesamt wird die x -jährige Bevölkerung für jedes $x > 0$ des Geschlechts g am 31.12. j wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{x,j}^{(g)} &= B_{x-1,j-1}^{(g)} + W_{x,j}^{(g)} - (1 - p_{x-1,j-1}^{(g)})(B_{x-1,j-1}^{(g)} + W_{x,j}^{(g)} / 2) \\ &= p_{x-1,j-1}^{(g)} B_{x-1,j-1}^{(g)} + (1 + p_{x-1,j-1}^{(g)}) W_{x,j}^{(g)} / 2. \end{aligned}$$

Die hierin enthaltenen $(1 + p_{x-1,j-1}^{(w)})Z_{x,j}^{(w)} / 2$ zugewanderten Frauen (a) bzw. hierin fehlenden $(1 + p_{x-1,j-1}^{(w)})F_{x,j}^{(w)} / 2$ fortgezogenen Frauen (b) bringen während ihres durchschnittlich halbjährigen Aufenthalts (a) $f_{x,j}(1 + p_{x-1,j-1}^{(w)})Z_{x,j}^{(w)} / 4$ bzw. (b) $f_{x,j}(1 + p_{x-1,j-1}^{(w)})F_{x,j}^{(w)} / 4$

Kinder zur Welt. Insgesamt beträgt deshalb die Zahl der Lebendgeborenen im Jahr j :

$$G_j^{(g)} = \sum_x f_{x,j}^{(g)} (\tilde{B}_{x,j}^{(w)} - (1 + p_{x-1,j-1}^{(w)}) W_{x,j}^{(w)} / 4).$$

Berücksichtigt man die Neugeborenen der Wandernden und die Säuglingssterblichkeit, so bekommt man

$$\tilde{B}_{0,j}^{(g)} = s_j^{(g)} \sum_x f_{x,j}^{(g)} (\tilde{B}_{x,j}^{(w)} - (1 + p_{x-1,j-1}^{(w)}) W_{x,j}^{(w)} / 4) + (1 + s_j^{(g)}) W_{0,j}^{(g)} / 2.$$

Für die Berechnung der Überlebenden dienen als Eingangsdaten die auf das Lebensalter bezogenen Sterberaten q . Aus diesen Sterberaten werden die auf Kalenderjahr bezogenen Überlebensraten p wie folgt als (bedingte) „Wahrscheinlichkeit“ berechnet:

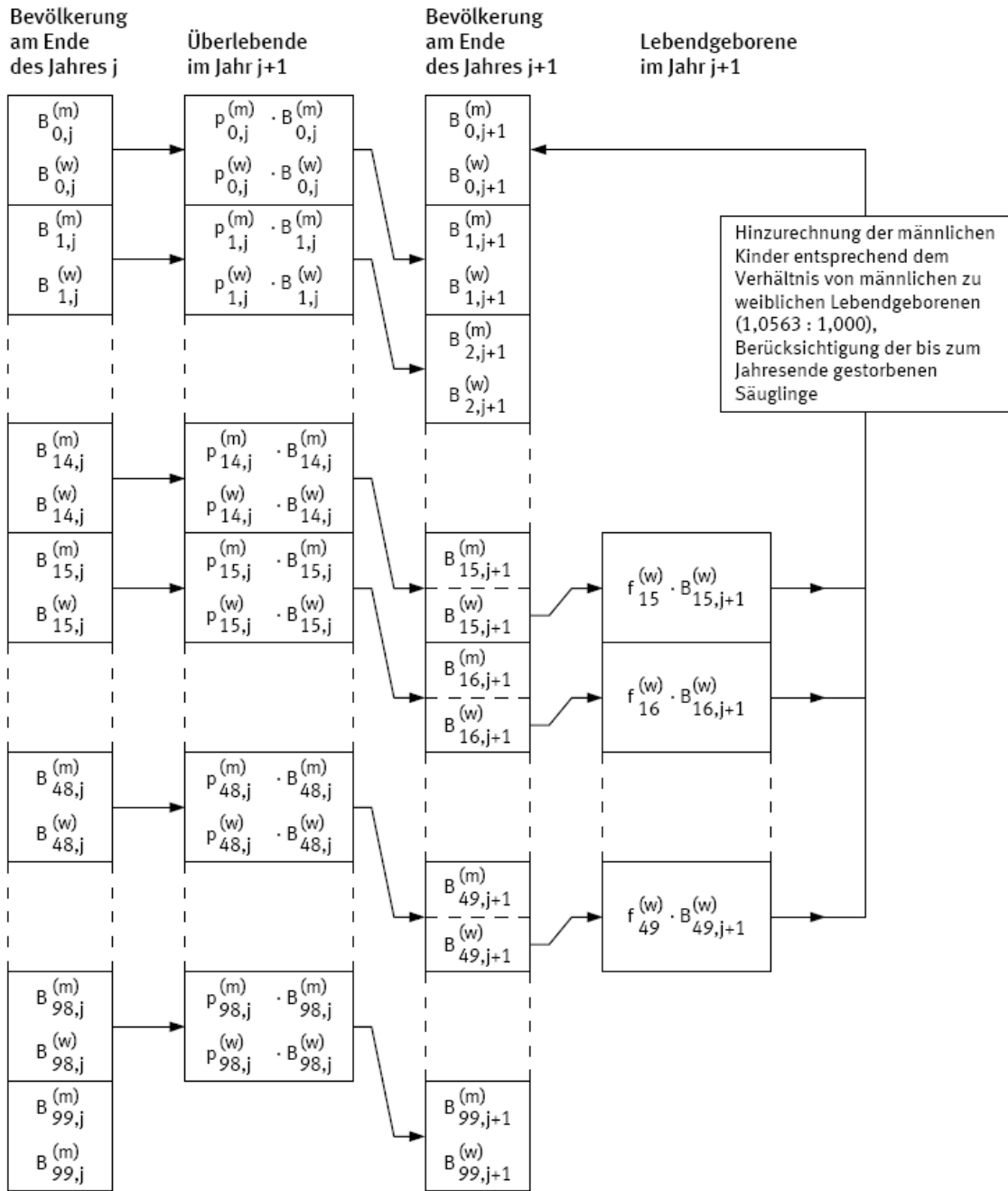
$$s_j^{(g)} = P(31.12.j \text{ wird erlebt}) = 1 - q_{0,j}^{(g)} / 2,$$

$$p_{x,j}^{(g)} = P(31.12.(j+1) \text{ wird erlebt} \mid 31.12.j \text{ wurde erlebt}) = \frac{(1 - q_{x,j}^{(g)})(1 - q_{x+1,j+1}^{(g)} / 2)}{(1 - q_{x,j}^{(g)} / 2)}.$$

Dabei bliebe bisher unberücksichtigt, dass sich insbesondere die Säuglingssterblichkeit nicht gleichmäßig über das jeweilige (insbesondere das erste) Lebensjahr verteilt. Dies führt dazu, dass die Sterbefälle teilweise im falschen Simulationsjahr verbucht werden. Daher wird als genauere Näherung der Anteil der im ersten *halben* Lebensjahr sterbenden an allen im ersten Lebensjahr gestorbenen Säuglingen geschätzt. Dieser beträgt gegenwärtig für Jungen $\alpha \approx 0,90$ und für Mädchen $\alpha \approx 0,89$. Bei der Berechnung der Säuglingssterblichkeit wird diese Besonderheit wie folgt berücksichtigt:

$$s_j = 1 - \alpha q_{0,j} \quad \text{und} \quad p_{0,j} = (1 - q_{0,j})(1 - q_{1,j+1} / 2) / (1 - \alpha q_{0,j}).$$

Grundschemata der Bevölkerungsvorausberechnungen nach der Komponentenmethode



$B_{a,j}^{(m)}, B_{a,j}^{(w)}$: männliche bzw. weibliche Bevölkerung im Alter von a Jahren am 31. 12. des Jahres j ($a = 0, 1, \dots, 110$)

$p_{a,j}^{(m)}, p_{a,j}^{(w)}$: Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die am 31.12. j a -Jahre alt war, den 31.12. $j+1$ erlebt. ($a = 0, 1, \dots, 110$)

$f_a^{(w)}$: Geburtenziffern für Frauen im Alter a (nur weibliche Lebendgeborene)

Zusätzlich zur Geburtenhäufigkeit und Sterblichkeit werden i. d. R. auch Wanderungen in die Rechnung einbezogen.

Keilman, N., Cruijisen, H. (Hrsg.)(1992): „National population forecasting in industrialised Countries“, Swets & Zeitlinger, Amsterdam, 1992

Bretz, M. (2000): „Methoden der Bevölkerungsvorausrechnungen“, in: Handbuch der Demographie, Hrsg.: Müller, U., Nauck, B., Diekmann, A., 2000

Eisenmenger, M., Pöttsch, O., Sommer, B. (2006): Bericht: „11. koordinierte Bevölkerungsvorausrechnung – Annahmen und Ergebnisse“

In English available: Germany's Population by 2050 – Results of the 11th coordinated population projection

Statistisches Bundesamt (2009): „Bevölkerung Deutschlands bis 2060 – Ergebnisse der 12. koordinierten Bevölkerungsvorausrechnung“ – Begleitmaterial zur Pressekonferenz

In English available: Germany's Population by 2060 – Results of the 12th coordinated population projection

Pöttsch, O. (2010): „Annahmen zur Geburtenentwicklung in der 12. koordinierten Bevölkerungsvorausrechnung“, in: „Wirtschaft und Statistik“, Heft 1/2010